

PODSTAWY MECHANIKI PĘKANIA

Miłosz P. Wnuk

Wydanie III. Poprawione i uzupełnione

Wydawnictwo Naukowe

AKAPIT



RECENZENCI:

Prof. dr hab. inż. Zenon Mróz

Prof. dr hab. inż. Jerzy Pacyna

REDAKTOR:

Dr inż. Marcin Środa

Projekt okładki:

Filip Kuźniarz

Książkę można zamówić elektronicznie kierując zamówienie na adres:
wn@akapit.krakow.pl

© Copyright by Wydawnictwo Naukowe Akapit, Kraków 2008

All Rights Reserved

Printed in Poland

Wydawanie książki dofinansowane przez
Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego

ISBN 978-83-60958-32-2

Nakład 1000 egz.

Wydawnictwo Naukowe „Akapit”, Kraków

ul. Komandosów 11/29, 30-334 Kraków

tel./fax (012) 280-71-51

e-mail. wn@akapit.krakow.pl; www.akapit.krakow.pl

SPIS TREŚCI

Słowo wstępne	5
1. Wprowadzenie do mechaniki pękania. Podstawowe pojęcia	9
2. Teoria Griffitha	20
2.1. Bilans energetyczny	22
2.1.1. Weryfikacja hipotezy Griffitha	24
2.2. Rozkład naprężeń wokół szczeliny Griffitha. Rozwiązanie Westergaarda, Sneddona.....	26
2.3. Przykłady funkcji Westergaarda	27
2.4. Współczynnik intensywności naprężeń.....	30
2.5. Naprężenia w przestrzeni otaczającej szczelinę Griffitha	32
2.6. Pole naprężeń wokół dwóch współliniowych szczelin Griffitha. Rozwiązanie Willmore	40
3. Klasyczna teoria szczelin i jej współczesne modyfikacje. Szkic historyczny	44
3.1. Hipoteza Griffitha o istnieniu szczelin	44
3.2. Kryterium energetyczne	45
3.3. Naprężenia wokół szczeliny. Rozwiązanie Westergaarda i Sneddona	47
3.4. Osobliwość naprężeń dla $r \rightarrow 0$. Rozwiązanie Williamsa.....	49
3.5. Liniowo-sprężysta mechanika zniszczenia w ujęciu Irwina.....	50
3.5.1. Kryterium stałego współczynnika intensywności naprężeń	50
3.5.2. Prędkość uwalniania energii sprężystej	51
3.5.3. Schematy zniszczenia	53
3.6. Prędkość uwalniania energii sprężystej jako całka krzywoliniowa (całka Rice'a)	58
4. Przewidywanie kierunku ruchu szczeliny	67
4.1. Teoria G.C. Sih	67
4.2. Przybliżone rozwiązanie według E.M. Morozowa.....	71
4.3. Przewidywanie trajektorii szczeliny w oparciu o ekstremalne zasady mechaniki	72
4.3.1. Teoria Cotterella	72
4.3.2. Teoria Morozowa i Fridmana	74
5. Ruch szczelin	79
5.1. Równanie Motta	79
5.2. Równania Berry'ego	80
5.3. Rozkład naprężeń wokół poruszającej się szczeliny	86
6. Modele opisujące pękanie ciał quasi-kruchych.....	91
6.1. Model Irwina.....	91
6.2. Wnioski z modelu Irwina	93

6.3. Model Dugdale’a – Barenblatta	95
6.4. Wnioski z modelu Dugdale’a–Barenblatta. Porównanie z modelem Irwina	98
7. Modele Dugdale’a dla uplastycznienia „dalekiego zasięgu”	101
7.1. Warunek skończoności naprężeń. Rozkład przemieszczeń	101
7.1.1. Przegląd ważniejszych związków wynikających z modelu Dugdale’a.....	107
7.2. Bilans energetyczny dla szczeliny Dugdale’a. Problem dwuwymiarowy	110
7.3. Bilans energetyczny dla osiowo-symetrycznej szczeliny Dugdale’a	117
7.4. Wpływ ciągłości na dyssypację energii oraz naprężenie krytyczne	125
8. Podkrytyczny ruch szczelin	129
8.1. Model Czerepanowa.....	130
8.2. Model Wnuka.....	134
8.2.1. Ruch podkrytyczny w ciałach quasi-kruchych	134
8.2.2. Ruch pokrytyczny w ciałach lepko-sprężysto-plastycznych.....	142
9. Zmęczenie.....	147
9.1. Związki empiryczne	147
9.2. Podstawy teoretyczne.....	154
9.3. Redukcja danych doświadczalnych. Czas życia.....	160
10. Kwantowe i fraktalne modele w mechanice pękania. Nano-szczeliny	167
10.1. Wprowadzenie.....	167
10.2. Podstawy matematyczne	169
10.3. Dyskretyzacja modelu Dugdale’a –Barenblatta	172
10.4. Dyskretny model kohezyny dla szczelin o geometrii fraktalnej.....	177
11. Literatura.....	185
12. Przypisy	193
Dodatek A. Spis współczynników intensywności naprężenia dla części spotykanych konfiguracji geometrycznych i układów obciążenia	193
Dodatek B. Naprężenia w pobliżu wierzchołka szczeliny Griffitha. Rozwiązanie asymptotyczne czterocłonowe.....	260
Dodatek C. Naprężenie w pobliżu dna karbu o skończonym promieniu krzywizny.....	261
Dodatek D. Zasada ekstremalna mechaniki w zastosowaniu do modelu Dugdale’a.....	263
Dodatek E. Dowód równości $J = Y \cdot \delta$	267
Dodatek F. Modyfikacja Swindena kryterium energetycznego dla szczeliny Dugdale’a.....	269
Dodatek G. Pomiar prędkości uwalniania energii oraz odporności na pękanie w zakresie nieliniowym	271
Dodatek H. Zachowanie się szczelin w polu naprężeń pozostających	284

SŁOWO WSTĘPNE

Oto kilka słów o historii powstania niniejszego podręcznika. Paradoksalnie występowanie wyników sprzecznych ze zdrowym rozsądkiem, lub też nawet rozbieżnych poglądów politycznych, stanowi o rozwoju wiedzy oraz o postępach nauki. Historia powstawania i kolejnych etapów udoskonalania Mechaniki Zniszczenia Materiału jest dobrym przykładem świadczącym o prawdziwości powyższej tezy. W latach dwudziestych ubiegłego wieku zauważono, że teoretyczna wytrzymałość materiału obliczona dla ciała stałego z przesłanek fizyki molekularnej różniła się od wartości mierzonych w laboratorium o kilka rzędów wielkości. Aby pogodzić tak znaczne różnice potrzebny był nowy model wewnętrznej struktury materiału – materiału niedoskonałego, osłabionego mikro-pęknięciami, lub też „wrodzonymi” szczelinami, powodującymi lokalny wzrost naprężeń do poziomu naprężeń spójności molekularnej, przewidywanego przez fizykę. Przy takim założeniu stosunkowo niewielkie naprężenie nominalne mogło powodować lokalne przeciążenia sięgające wartości wytrzymałości teoretycznej. Pomimo iż taki właśnie model został zaproponowany przez brytyjskiego uczonego A. A. Griffitha w 1921 roku, i opublikowany w prestiżowym czasopiśmie Królewskiej Akademii Nauk w Wielkiej Brytanii, nie zwrócił on niczyjej uwagi aż do roku 1941, kiedy to Stany Zjednoczone po ataku na morską bazę Pearl Harbor na Hawajach przystąpiły do II Wojny Światowej przeciwko państwom Osi, to jest Japonii, Niemcom i Włochom. Motorem tego wydarzenia, oczywiście, były przeciwstawne poglądy polityczne pomiędzy ówczesnym kanclerzem Niemiec, Hitlerem, z jednej strony, a przywódcami Anglii Rosji i USA z drugiej. Katastrofalne pęknięcia amerykańskich frachtowców typu „Liberty”, tak niezbędnych do wygrania wojny, dostarczyły początkowego bodźca do zwrócenia uwagi uczonych oraz inżynierów amerykańskich na model Griffitha.

Amerykański fizyk George Irwin pracujący w laboratorium Marynarki Wojennej Stanów Zjednoczonych, Naval Research Laboratory, adoptował model Griffitha do wyjaśnienia spontanicznych pęknięć stali statków „Liberty”, a wkrótce potem kadłubów samolotów brytyjskich typu „Comet”, będących pierwszymi na świecie pasażerskimi samolotami o napędzie odrzutowym. Kolejne etapy licznych zastosowań Mechaniki Zniszczenia podyktowane były gwałtownym rozwojem technologii raketowej przeniesionej przez Wernhera von Brauna z Niemiec do Ameryki. Ucieleśnieniem i przedłużeniem tych wysiłków był program badań kosmicznych koordynowany przez NASA. Intensywny rozwój nowych technologii materiałowych niezbędnych dla budowy silników raketowych w Rosji i USA, a także postępy fizyki ciał stałych wzmocniły potrzebę zrozumienia procesów poprzedzających akt dekozeji materiału, stanowiący istotę inicjacji katastrofalnego pęknięcia.

Również niezwykle są okoliczności towarzyszące powstaniu niniejszego podręcznika. Podręcznik napisany jest na podstawie skryptu uczelnianego Nr. 585 wydanego na Akademii Górniczo-Hutniczej w roku 1977 (pierwsze wydanie) oraz Nr. 822, drugie wydanie z roku 1982. Obecny tekst został poszerzony i unowocześniony w taki sposób, aby odzwierciedlić rozwój rozważanej tutaj gałęzi nauki, a zwłaszcza nowych teorii powstawania i propagacji szczelin w ciałach stałych.

Szczególną uwagę w nowych partiach książki poświęcono problemom rozwoju szczelin uwzględniając zjawiska nieliniowe. Nowe modele takich procesów pozwalają na opis pęknięcia nie tylko w materiałach kruchych, lecz także ciągliwych oraz lepko-sprężysto-plastycznych. Stan krytyczny jest wówczas poprzedzony fazą powolnego rozwoju szczeliny, zwaną „propagacją podkrytyczną”. Zjawisko to jest uwarunkowane nieliniowym zachowaniem materiału, znacznie odbiegającym od założeń narzuconych równaniami Teorii Sprężystości i wynikającej z niej klasycznej teorii Griffitha. Wiele z opisanych tu rezultatów pochodzi z oryginalnego dorobku autora, opublikowanego w różnych anglojęzycznych czasopismach technicznych na przestrzeni ostatnich czterdziestu lat. Autor jest także współautorem oraz redaktorem książki w języku angielskim „Nonlinear Fracture Mechanics” powstałej jako materiał pomocniczy do specjalistycznego kursu z tego przedmiotu zorganizowanego w 1990 roku przez Międzynarodowe Centrum Mechaniki (CISM) w Udine, Włochy, Springer Verlag 1991.

Zasadniczą jednak podstawą do napisania niniejszego tekstu podręcznika był cykl wykładów autora na temat Mechaniki Pęknięcia dla doktorantów oraz pracowników naukowych w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN w Warszawie w 1973 roku. W nieco szerszym zakresie podobny monograficzny wykład został przedstawiony w roku 1974 na Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na podstawie umowy o

działu na okres jednego semestru. W tym to czasie zostały dodane liczne materiały ilustrujące zastosowania Mechaniki Pękania, włączając również opis niektórych metod doświadczalnych oraz porównanie wyników eksperymentu z rezultatami przewidywanymi przez teorię. Wiele owocnych dyskusji z profesorami Tadeuszem Malkiewiczem oraz Stanisławem Gorczycą i Adamem Mazurem z Instytutu Metalografii AGH znalazło swoje odzwierciedlenie w tekście podręcznika. Przez wiele lat skrypt wydany na Akademii Górniczo-Hutniczej był jedyną pozycją dostępną w języku polskim, z którego korzystali inżynierowie (i to nie tylko doktoranci), geofizycy i fizycy interesujący się matematycznym opisem procesów powstawania i ruchu szczelin w ciałach stałych.

Do ostatniego rozdziału włączono także opis najnowszych teorii procesu dekohezji opartych o modele wieloskalowe, mających zastosowania w dziedzinie nano-mechaniki i meso-mechaniki. W rozdziale tym podano przykłady zastosowań nielokalnych kryteriów energetycznych do opisu inicjacji i nie-ciągłego, lub też „kwantowego” ruchu szczelin. Nowe modele wydają się potwierdzać pionierskie prace polskich uczonych Zenona Mroza i Andrzeja Seweryna oraz włoskiej grupy, którą prowadzi fizyk Nicolas Pugno. Uwzględniono również efekty geometrii fraktalnej, szczególnie istotnej na poziomie nano-pękania, włączając do opisu matematycznego interpretację znanego zjawiska *mirror-mist-hackle* (zwierciadło-mgła-czochra), polegającego na uzależnieniu wymiaru fraktalu, który determinuje chropowatość nowo powstałej powierzchni, od zmieniającej się bieżącej długości szczeliny.

Dodam tu jeszcze, że kiedy w roku 1973 przebywałem z jednoroczną wizytą w Polsce, mój samochód zaparkowany był w garażu George’a Irwina w Stanach. Niezamierzony udział w powstaniu niniejszej książki posiada PRL-owski wywiad wojskowy oraz różnice poglądów politycznych pomiędzy autorem oraz szefem Wydziału Nauki przy Komitecie Centralnym PZPR, profesorem Janem Rychlewskim, wykształconym w Moskwie. Jan Rychlewski spowodował zawieszenie mojego wykładu monograficznego na studiach doktoranckich w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, a także opóźnił tok mojego przewodu habilitacyjnego na Politechnice Krakowskiej o 10 lat, pozbawiając mnie równocześnie prawa wjazdu do Polski jako *persona non grata*. Oczywiście, mój „tajny” raport o stanie Mechaniki w Polsce, przesłany do Ministerstwa Szkolnictwa Wyższego i Wydziału Nauki w Komitecie Centralnym PZPR, nie poprawił i tak już napiętych stosunków z ówczesnymi władzami. Spowodowało to ostateczne zerwanie moich stosunków z Warszawą oraz przeniesienie wykładu monograficznego na temat Mechaniki Pękania na Akademię Górniczo-Hutniczą w Krakowie w 1973 roku. Wtedy to właśnie powstały załączki książki w postaci skryptu uczelnianego AGH; wydane dwukrotnie, w 1977 oraz w 1982 roku.

Dalszy rozwój podręcznika to już dziś historia, w której główną rolę odegrał polski wywiad wojskowy. Specem tego wywiadu chciałbym zadać pytanie: czy panowie eksperci od amerykańskiej „high tech” dowiedzieli się już co to takiego jest „współczynnik intensywności naprężenia”? Jeszcze w 1973 roku w Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie nikt tego nie wiedział. A teraz już sekretów nie ma. Czy aby na pewno?

Cofnijmy się myślami w czasie do lat sześćdziesiątych ubiegłego wieku. Był to czas „głębokiego komunizmu”, a o wyjazdach zagranicę, a tym bardziej na Zachód, można było tylko marzyć. W roku 1964 nie bez znaczenia dla napisania niniejszej książki okazała się instytucja Milicji Obywatelskiej, a zwłaszcza kierowane przez nią warszawskie biuro paszportowe. Kiedy – po interwencji u dystygnowanej pani vice-minister - Ministerstwo Szkolnictwa Wyższego w Warszawie kategorycznie odmówiło wydania mojego paszportu na wyjazd na roczne stypendium do Kalifornii, na pomoc przyszło centralne biuro paszportowe MO. Poradzono mi tam, abym schował do szuflady oficjalne zaproszenie do Stanów i przedstawił prywatne zaproszenie od nieistniejącej cioci z Ameryki (sic!). Tylko w Polsce takie rzeczy są możliwe; nawet i ciocia się znalazła. Dlatego też żaden PiS, SLD, PO czy też PPP, ani też Tymiński oraz Janusz Korwin Mikke, czy Lepper lub Rokita, większych zmian tutaj nie zaprowadzą. Instynkt samozachowawczy narodu działa jak system immunologiczny w ciele chorego pacjenta, który z wielkim trudem poddaje się aplikowanym z zewnątrz miksturom. Przede wszystkim czujemy się Polakami; inne rzeczy są mniej ważne i mogą poczekać. Poglądy na świat mamy przeróżne i tylko kryzys lub wojna mogą nas zjednoczyć.

Jest moim miłym obowiązkiem wyrażenie podziękowań tym wszystkim, którzy ukształtowali moją wiedzę i pomogli zrozumieć pewne skomplikowane problemy matematyczne. W Stanach są to profesorowie Max Williams, Charles Babcock, Wolfgang Knauss, James Knowles oraz Ares Rosakis z Caltechu w Pasadena, Kalifornia. Także niezapomniany brytyjczyk Goodier, zięć legendarnego Timoszenki a potem George Herrmann i Tomasz Wierzbicki (obecnie w MIT) z Uniwersytetu Stanforda. Mile wspominać bardzo pożyteczne dyskusje z Johnem Hutchinsonem i Jimem Rice’em na Harvardzie, z Frankiem McClintockiem na MIT a także wspólną pracę z Davidem Read’em i Harry McHenry’em z NIST w Boulder, Colorado. Po drugiej stronie oceanu

wspominam współpracę z Rosjanami w Moskwie, Rabotnowem, Bołotinem, Szemiakinem z MGU, Ludmiłą Botwiną, Żenią Morozowem, Kaczanowem, Wiktorem Paninem, Barenbłattem i Machutowem. W Belgradzie, gdzie pracowałem rok, pamiętam i cenię profesorów Stojana Sedmaka i Dawora Juricica, oczywiście Serbów. Dziesięć Szkół Letnich z Mechaniki Pękania zorganizowanych wspólnie ze mną przez Uniwersytet Belgradzki, a w szczególności profesora Stojana Sedmaka, zawsze będą należeć do najmielszych wspomnień mojego życia.

W roku 1977 na międzynarodowym kongresie w Hong Kongu poznałem przemiłego Szweda, profesora Bertrama Broberga, który jakiś czas pracował na „moim” wydziale Aeronautyki w Kalifornijskim Instytucie Technologicznym w Pasadenie. Bertram miał wspaniałe poczucie humoru, a ponieważ ja też zbyt poważnie do życia nie podchodzę, zaprzyjaźniliśmy się. Kiedy przeszedł na emeryturę, kupił dom w Irlandii i tam się przeniósł na dobre. Razem zwiedzaliśmy Kijów podczas jednego z kolejnych kongresów a potem zapraszałem go na Syberię do Tomska, gdzie jestem jednym z przewodniczących Międzynarodowych Warsztatów Mesomechaniki przy Instytucie Fizyki Materiałów Syberyjskiego Oddziału Rosyjskiej Akademii Nauk. Nie tak dawno zamiast kartki bożonarodzeniowej nadszedł z Irlandii list zawiadamiający o zgonie Bertrama. Zostawił nam wszystkim książkę o Mechanice Zniszczenia, gdzie sporo materiału dotyczy jego własnego dorobku, zwłaszcza pięknej matematyki używanej do opisu szczelin dynamicznych rozprzestrzeniających się z dużymi prędkościami.

U podstaw tych podziękowań znajdują się Polacy; mój mentor i opiekun, szef Katedry Fizyki Politechniki Krakowskiej, profesor Michał Halaubrenner ze Lwowa, który nauczył mnie szacunku dla naszych wschodnich sąsiadów. I oczywiście wybitni uczeni z Warszawy tacy jak Waław Olszak, Antoni Sawczuk, Zenon Mróz i Zbigniew Olesiak. Nie zapominam także najbliższych przyjaciół z Krakowa, profesorów Michała Życzkowskiego, Jacka Skrzypka i Janusza Orkisa z PK a także Bronisława Średniawę, Jerzego Rayskiego, Jerzego Blicharskiego i Adama Strzałkowskiego z Instytutu Fizyki UJ. Mile wspominam również mojego byłego studenta, a obecnie profesora na Uniwersytecie Waterloo w Kanadzie, dra Grzegorza Glinkę (autora jednego z dodatków w niniejszej książce). Zobowiązany jestem profesorowi Henrykowi Stolarskiemu z Warszawy, z którym przed laty poznaliśmy się na Northwestern University, a który obecnie wykłada na Uniwersytecie w Minnesocie i który pomagał w projektowaniu okładki niniejszej książki.

Mimo iż niechętnie to czasem przyznajemy, żadna praca nie mogłaby powstać bez udziału kobiety. Tutaj pragnę podziękować aż czterem niewiastom, bez których nic by nie było: pani Marii Malisz z Tyńca, pani Marii Orkisz z Krakowa, pani Halinie Żurad z Kancelarii Amerykańskiej Fundacji Kultury Polskiej w Milwaukee, Wisconsin, oraz – *last but not least* – Jennifer Wnuk-Clark z Corvallis, Oregon, mojej własnej córce.

Ważną postacią w moim życiu jest ojciec Leszek Balczewski z zakonu Jezuitów, mój kolega z czasu studiów Fizyki Teoretycznej na Uniwersytecie Jagiellońskim w latach 1962 – 1965. Po ukończeniu fizyki na UJ, Leszek pracował nad doktoratem w Minneapolis, USA. Jego mądre rady pomagają mi w rozwiązywaniu zawiłych nieraz problemów, jakie tylko życie potrafi przed człowiekiem postawić. Jemu też chciałbym tę książkę zadedykować.

Miłosz P. Wnuk

College of Engineering and Applied Science
University of Wisconsin – Milwaukee